

0-497620

Национальный исследовательский
Томский политехнический университет

На правах рукописи

Самсонов

Самсонов Игорь Борисович

**Эффективная классическая и квантовая
динамика в полевых теориях с
расширенной суперсимметрией**

01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Томск – 2012

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский
Томский политехнический университет»

Научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор
Бухбиндер Иосиф Львович

Официальные оппоненты: Кривонос Сергей Олегович,
доктор физико-математических наук,
Объединенный институт ядерных исследований,
ведущий научный сотрудник лаборатории
теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА КФУ



Лавров Петр Михайлович,
доктор физико-математических наук, профессор,
Томский государственный педагогический
университет,
заведующий кафедрой математического анализа

Цейтлин Аркадий Александрович,
доктор физико-математических наук,
Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
ведущий научный сотрудник

Ведущая организация: Физический факультет Московского государ-
ственного университета им. М.В. Ломоносова

Защита состоится 27 декабря 2012 г. в 14 часов 30 мин. на заседании диссертаци-
онного совета Д 212.267.07 в ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский
Томский государственный университет» по адресу: 634050, г. Томск, проспект
Ленина, 36, аудитория 119.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке ФГБОУ ВПО «На-
циональный исследовательский Томский государственный университет» по ад-
ресу: г. Томск, проспект Ленина, 34а.

Автореферат разослан 04 сентября 2012 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Ивонин
Иван Варфоломеевич

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Эффективное действие, включающее в себя квантовые поправки к классическому действию, является одним из центральных объектов квантовой теории поля и несет в себе информацию о пертурбативных и непертурбативных квантовых аспектах полевых моделей. Проблема построения эффективного действия тесно связана с такими фундаментальными проблемами квантовой теории поля как проблема нахождения функций Грина, проблема устранимости расходимостей, проблема квантовых аномалий, проблема нахождения амплитуд квантовых процессов, проблема динамического нарушения симметрии и ряд других проблем. Особое значение проблема эффективного действия занимает в полевых моделях, обладающих глобальными или локальными симметриями, где необходимо развить методы исследования эффективного действия, согласованные с симметриями.

В общем случае эффективное действие является нелокальным функционалом полей и для его вычисления требуются специальные методы, подходы и приближения. В последнее время значительное внимание привлекает проблема нахождения низкоэнергетического эффективного действия, которое должно описывать динамику легких частиц с учетом квантовых вкладов от виртуальных тяжелых частиц. Низкоэнергетическое эффективное действие оказывается полезным для изучения феноменологических аспектов квантовой теории поля, а также для описания квантовой гравитации и связей между теорией суперструн и квантовой теорией поля.

Низкоэнергетическое эффективное действие в суперсимметричных полевых теориях обладает многими замечательными свойствами, обусловленными сильными ограничениями, накладываемыми суперсимметрией на классическую и квантовую динамику. В силу этого некоторые вклады в эффективное действие можно найти только на основе симметрии с точностью до численных коэффициентов. Хорошо известным примером является теория Сайберга

Виттена, которая на классическом уровне описывается $\mathcal{N} = 2$ суперполем Янга-Миллса. В этой модели были точно вычислены все инстантонные вклады, ответственные за конфайнмент $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричных “кварков”.

Особый интерес представляет задача о вычислении низкоэнергетических эффективных действий для теорий поля с максимально расширенной суперсимметрией поскольку они напрямую связаны с моделями D-бран и M-бран в теории суперструн. Например, суперсимметричные теории поля Янга-Миллса с максимальной суперсимметрией в пространстве Минковского размерности $2 \leq d \leq 10$ описывают низкоэнергетические степени свободы Dp-бран при $p = d - 1$. Относительно недавно была построена трехмерная $\mathcal{N} = 8$ суперсимметричная и суперконформная теория поля Черна-Саймонса с материей, которая связана с динамикой M2-бран. А построение шестимерной суперконформной теории поля, которая бы описывала систему взаимодействующих M5 бран по-прежнему остается открытым вопросом в теории поля. Все эти модели обладают богатыми симметриями, приводящими к жестким ограничениям на вид эффективных действий и в ряде случаев некоторые вклады в такие эффективные действия могут быть найдены точно.

Наиболее хорошо изученным примером является $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричная теория поля Янга-Миллса, которая описывает низкоэнергетическую динамику D3 бран. Для этой модели точно доказано, что β -функция равна нулю во всех порядках теории возмущений и она остается суперконформной на квантовом уровне. В работах Дайна и Сайберга 1997 года было показано, что суперсимметрия приводит к ряду сокращений в низкоэнергетическом эффективном действии и ведущие слагаемые по числу производных описываются одним неголоморфным потенциалом в секторе полей $\mathcal{N} = 2$ векторного мультиплета. Используя масштабную симметрию, не нарушенную на квантовом уровне, легко показать, что такой неголоморфный потенциал имеет простой вид, $H \propto \ln W \ln \bar{W}$, где W и \bar{W} – $\mathcal{N} = 2$ суперполевые напряженности. Позднее, в ра-

ботах Бухбиндера и Иванова 2002 года было построено дополнение такого неголоморфного потенциала с помощью суперполей гипермультиплетов, обеспечивающее полную $\mathcal{N} = 4$ суперсимметрию.

С точки зрения D-бран, низкоэнергетическое эффективное действие $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса должно описывать динамику пробной D3 браны, движущейся на фоне большого числа совпадающих D3 бран, которые эффективно создают фоновую геометрию вида $AdS_5 \times S^5$. В теории струн известно, что динамика D3 браны на таком фоне описывается действием вида Дирака-Борна-Инфельда, обладающим $\mathcal{N} = 4$ суперсимметрией. Ведущие слагаемые в этом действии по числу производных полей можно точно связать с известными вкладами в эффективное действие $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса. Такая связь между низкоэнергетическим эффективным действием $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса и действием пробной D3 браны является одним из проявлений AdS/CFT-соответствия. Для изучения примеров таких соответствий с другими моделями D-бран или M-бран требуются исследования эффективных действий максимально суперсимметричных теорий поля в пространствах Минковского других размерностей.

Наиболее удобные для целей квантовой теории поля формулировки суперсимметричных полевых моделей осуществляются в терминах суперпространств и суперполей. Описанный выше пример неголоморфного потенциала в $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса показывает, что использование $\mathcal{N} = 2$ суперполей существенно упрощает задачу нахождения низкоэнергетического эффективного действия. Одной из основных целей настоящей диссертации является развитие различных суперполевых методов для исследования эффективных действий в суперсимметричных теориях с расширенной суперсимметрией и, в частности, для моделей, изучаемых в рамках AdS/CFT соответствия.

Для четырехмерных калибровочных теорий мы строим ряд новых суперпространств с гармоническими переменными, в которых эффективные действия приобретают наиболее простой вид.

Для трехмерных теорий поля мы развиваем методы пертурбативных вычислений в $\mathcal{N} = 2$ суперпространстве без использования гармонических переменных. Такие задачи имеют высокую актуальность в настоящее время, поскольку именно применение различных суперпространственных подходов активно практикуется при исследовании суперсимметричных вильсоновских петель и амплитуд рассеяния в трехмерных и четырехмерных суперсимметричных калибровочных теориях. В данной диссертации развиваются суперполевые подходы для исследования низкоэнергетических эффективных действий таких теорий.

Цели и задачи исследования

1. Построение лагранжианов моделей суперчастиц в $\mathcal{N} = 3$ и $\mathcal{N} = 4$ гармонических суперпространствах. Квантование этих моделей и классификация получающихся мультиплетов в данных гармонических суперпространствах.
2. Построение низкоэнергетических эффективных действий $\mathcal{N} = 3$ и $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричных теорий поля Янга-Миллса в гармонических суперпространствах.
3. Развитие методов вычисления низкоэнергетических эффективных действий различных трехмерных теорий поля в $\mathcal{N} = 2$ суперпространстве.
4. Исследование свойств перенормируемости и структуры низкоэнергетического эффективного действия четырехмерных моделей гипермультиплета и калибровочного суперполя при наличии синглетных неантикоммутативных деформаций суперсимметрии.
5. Развитие новой лагранжевой формулировки для модели самодуального антисимметричного тензорного поля в шестимерном пространстве Минковского и изучение связи такой формулировки с моделью M5 браны в теории суперструн.

Основные результаты диссертации, выносимые на защиту

1. Построены лагранжиан и гамильтониан для модели релятивистской суперчастицы в $\mathcal{N} = 3$ гармоническом суперпространстве. Проведено первичное квантование модели с учетом имеющихся связей. Показано, что квантование приводит к суперполевым реализациям в $\mathcal{N} = 3$ гармоническом суперпространстве для калибровочного мультиплета, мультиплета гравитино и массивного векторного мультиплета на массовой оболочке.
2. Введено новое $\mathcal{N} = 4$ гармоническое суперпространство, основанное на $\text{USp}(4)$ -гармонических переменных. Построены лагранжиан и гамильтониан модели суперчастицы в таком суперпространстве и проанализированы имеющиеся связи. В результате квантования такой модели суперчастицы получены суперполевые уравнения движения и связи для калибровочного мультиплета, мультиплета гравитино и супергравитации а также для массивного векторного мультиплета в $\text{USp}(4)$ -гармоническом суперпространстве.
3. Изучены решения связей $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в $\mathcal{N} = 4$ гармонических суперпространствах с $\text{USp}(4)$ и $\text{SU}(2) \times \text{SU}(2)$ гармоническими переменными. Показано, что для этих суперпространств существуют незаряженные суперполевые напряженности. С использованием таких суперполей построено низкоэнергетическое эффективное действие $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса и исследована его компонентная структура.
4. Изучены симметрии члена Весса-Зумино-Виттена для скалярных полей в четырехмерном пространстве. Показано, что действие Весса-Зумино-Виттена может быть записано в одном из трех видов, каждый из которых обладает явной симметрией относительно одной из максимальных неаномальных подгрупп группы $\text{SU}(4)$, т.е., $\text{SO}(5)$, $\text{SO}(4) \times \text{SO}(2)$ либо

$SO(3) \times SO(3)$. Установлена взаимосвязь между этими тремя видами члена Весса-Зумино-Виттена и формулировками низкоэнергетического эффективного действия $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в различных гармонических суперпространствах.

5. Получено низкоэнергетическое эффективное действие $\mathcal{N} = 3$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в $\mathcal{N} = 3$ гармоническом суперпространстве в виде локального функционала, зависящего от суперполевых напряженностей и вакуумных средних для скаляров. Доказано, что эффективный лагранжиан является суперконформно-инвариантным и не зависит от значений вакуумных средних скалярных полей. Исследована компонентная структура полученного эффективного действия и показано, что в бозонном секторе оно содержит слагаемые вида F^4/X^4 и F^6/X^8 , а также член Весса-Зумино-Виттена.
6. Исследована квантовая структура моделей гипермультиплета и калибровочного суперполя с киральными синглетными деформациями в гармоническом суперпространстве. Доказана перенормируемость этих моделей в случае абелевой калибровочной группы. Вычислено низкоэнергетическое эффективное действие заряженного гипермультиплета во внешнем калибровочном суперполе при наличии таких деформаций и найдены ведущие поправки по параметру деформаций к стандартному голоморфному потенциалу для калибровочного суперполя.
7. Найдено представление суперконформной группы на суперполях в $\mathcal{N} = 2$, $d = 3$ суперпространстве. Построен набор квазипримарных суперполевых объектов, с использованием которых установлена общая структура суперконформного эффективного действия для $\mathcal{N} = 2$, $d = 3$ калибровочного суперполя. Вычислены низкоэнергетические эффективные действия в трехмерных моделях $\mathcal{N} = 2$ кирального суперполя и гипер-

мультиплета, минимально взаимодействующих с калибровочным суперполем и доказана их суперконформная инвариантность.

8. Развита метод фонового поля для вычисления эффективного действия суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в $\mathcal{N} = 2$, $d = 3$ суперпространстве. Этот метод применен для нахождения низкоэнергетического эффективного действия в трехмерных моделях суперполя Янга-Миллса с $\mathcal{N} = 2$, $\mathcal{N} = 4$ и $\mathcal{N} = 8$ суперсимметрией. Вычислено эффективное действие в $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса, взаимодействующей с двумя гипермультиплетами в бифундаментальном представлении и установлена связь масштабно-инвариантных слагаемых в полученном действии с классическим абелевым действием модели Аарона-Бергмана-Жафери-са-Малдасены.
9. Предложена новая ковариантная формулировка для действия самодуального антисимметричного тензорного поля в шестимерном пространстве Минковского, основанная на триплете вспомогательных полей. Найдены суперсимметричные обобщения такой формулировки и изучена возможность включения фоновой гравитации. Показано, что построенное действие для антисимметричного тензорного поля описывает низкоэнергетические степени свободы M5 браны, взаимодействующей с фоновым постоянным антисимметричным C -полем одиннадцатимерной супергравитации.

Научная новизна и практическое значение результатов

Все основные результаты, выносимые на защиту, являются новыми.

Применение данных результатов возможно при дальнейших исследованиях квантовых аспектов различных суперсимметричных моделей теорий поля, интересных с точки зрения

AdS/CFT-дуальности. В частности, суперпространственные подходы, развитые при изучении структуры эффективных действий $\mathcal{N} = 3$ и $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричных теорий поля Янга-Миллса, могут быть использованы для вычислений корреляционных функций составных операторов и амплитуд рассеяния в этих моделях. Разработанные методы пертурбативных вычислений в $\mathcal{N} = 2$, $d = 3$ суперпространстве могут применяться для исследования эффективных действий трехмерных суперконформных теорий поля с материей. Доказательство перенормируемости четырехмерных моделей теории поля с деформациями $\mathcal{N} = 2$ суперсимметрии делает такие модели привлекательными для дальнейшего исследования их квантовых аспектов. Новая альтернативная формулировка для модели самодуального тензорного поля в шестимерном пространстве проясняет связь между моделями M2 и M5 бран в теории суперструн.

Полученные результаты и разработанные методы могут найти применение в исследованиях по теоретической физике высоких энергий, квантовой теории поля, суперсимметрии и теории струн, проводимых в Физическом институте РАН (Москва), Объединенном институте ядерных исследований (Дубна), Математическом институте РАН (Москва), Институте физики высоких энергий (Протвино), Институте теоретической и экспериментальной физики (Москва), Институте ядерных исследований РАН (Москва), Петербургском институте ядерной физики РАН (Гатчина), Институте математики СО РАН (Новосибирск), Томском государственном педагогическом университете, Томском государственном университете, Московском государственном университете, а также в других вузах и организациях, где ведутся работы по теоретической физике высоких энергий.

Апробация работы

Все основные результаты диссертации докладывались на научных семинарах в Томском государственном педагогическом университете; в отделении теоретической физики им. И.Е. Тамма, ФИАН; в институте теоретической физики, университет г. Ганновер,

Германия; в центре теоретической физики им. А. Зоммерфельда, Мюнхенский университет, Германия; в университетах г. Падуа и Милан, Италия; в техническом университете г. Вена, Австрия.

Результаты исследований были представлены на международных конференциях: Gizburg Conference on Physics, Москва, 28 мая – 2 июня 2012; Iberian Strings 2012, Бильбао, Испания, 31 января – 02 февраля 2012; Supersymmetries and Quantum Symmetries – SQS'11, Дубна, Россия, 18–23 июля 2011; Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions – SUSY'10, Бонн, Германия, 23–28 августа 2010; Supersymmetries and Quantum Symmetries – SQS'09, Дубна, Россия 29 июля – 3 августа 2009; 4-th international Sakharov conference on physics, Москва, 18–23 мая 2009; Beyond the Standard Model, Бад Хоннеф, Германия, 10–13 марта, 2008; Strings, non-commutativity and all that, 03–05 января 2008, Ганновер, Германия; Supersymmetries and quantum symmetries – SQS'07, 30 июля – 4 августа, 2007 Дубна, Россия; Integrable Systems and Quantum Symmetries, Прага, 15–17 Июня 2006; 14th International Seminar on High Energy Physics “Quarks-2006”, 19–25 мая, 2006, Санкт-Петербург, Россия; Supersymmetries and quantum symmetries – SQS'05, Дубна, Россия, 27–31 июля, 2005.

Исследования по теме диссертационной работы поддерживались: грантами РФФИ (проекты №№ 03-02-16193, 06-02-04012, 06-02-16346, 06-02-26731, 08-02-90490, 09-02-00078, 09-02-91349, 11-02-90445, 12-02-00121), грантами INTAS-00-00254, INTAS-05-7928; грантами президента РФ для ведущих научных школ (проекты НШ-1252.2003.2; НШ-4489.2006.2; НШ-2553.2008.2; НШ-3558.2010.2.), грантом Президента РФ для молодых кандидатов наук МК-7110.2006.2; аналитической ведомственной целевой программой “Поддержка научного потенциала высшей школы”, МОН РФ, проекты № 1003 и № 1141; фондом «Династия».

Публикации

Результаты диссертации опубликованы в 15 научных статьях [1–15] в ведущих российских и зарубежных журналах, входящих в

перечень ВАК, а также в пяти сборниках трудов международных конференций [16–20].

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав, разбитых на параграфы (разделы) и заключения. Она содержит одну таблицу и один рисунок. Список литературы включает в себя 263 наименования. Общий объем диссертации составляет 367 страниц.

Содержание работы

В первой главе исследуются модели суперчастиц в $\mathcal{N} = 3$ и $\mathcal{N} = 4$ гармонических суперпространствах. Такие суперпространства являются обобщениями стандартного $\mathcal{N} = 2$ гармонического суперпространства ¹. Хорошо известно, что квантование моделей релятивистских суперчастиц в $\mathcal{N} = 1$ суперпространстве или в $\mathcal{N} = 2$ гармоническом суперпространстве позволяет получить суперполевые реализации различных суперсимметричных мультиплетов с $\mathcal{N} = 1$ или $\mathcal{N} = 2$ суперсимметрией ². Целью первой главы настоящей диссертационной работы является построение суперполевых реализаций различных супермультиплетов в $\mathcal{N} = 3$ и $\mathcal{N} = 4$ гармонических суперпространствах при помощи первичного квантования моделей суперчастиц в этих суперпространствах. В последующей главе будет показано, что некоторые из этих реализаций

¹ Galperin A., Ivanov E., Ogievetsky V., Sokatchev E. Harmonic Superspace. UK: Cambridge University Press, 2001. P. 306.

² Casalbuoni R. The classical mechanics for Bose-Fermi systems // Nuovo Cimento A. 1976. Vol. 33. P. 389-431;

Волков Д. В., Пашнев А. И. О суперсимметричном лагранжиане для частиц в собственном времени // Теоретическая и математическая физика. 1980. Т.44, № 3. С. 321-326;

Lusanna L., Milewski, B. $\mathcal{N}=2$ super-Yang-Mills and supergravity constraints from coupling to a supersymmetric particle // Nuclear Physics B. 1984. Vol. 247. P. 396-420;

Акулов В.П., Бандос И. А., Сорокин Д. П., Частица в гармоническом $\mathcal{N}=2$ суперпространстве // Ядерная физика. 1988. Т. 47. С. 1136-1146.

оказываются чрезвычайно полезными при изучении структуры низкоэнергетических эффективных действий $\mathcal{N} = 3$ и $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричных теорий поля Янга-Миллса.

В разделе 1.1 строится лагранжиан для моделей $\mathcal{N} = 3$ суперчастиц, как со слагаемым центрального заряда, так и без него. Эти два случая рассматриваются отдельно, поскольку они используют различные типы гармонических переменных: $SU(3)$ -гармоники для модели без центрального заряда и $SU(2)$ -гармоники при наличии нетривиального центрального заряда. Такое различие обусловлено тем фактом, что слагаемое центрального заряда нарушает R -симметрию $\mathcal{N} = 3$ супералгебры до подгруппы $SU(2)$ и, следовательно, $SU(3)$ гармоники неприменимы. Для обоих случаев найдены и проклассифицированы все связи моделей и построены соответствующие гамильтонианы.

В разделе 1.2 рассматривается каноническое квантование модели $\mathcal{N} = 3$ суперчастицы без центрального заряда. Строится гильбертово пространство состояний, элементами которого являются суперполя в $\mathcal{N} = 3$ гармоническом суперпространстве. Связи первого рода в модели суперчастицы накладываются в виде уравнений на вектор состояний в этом суперпространстве, а часть связей второго рода учитывается по методу Гупта-Блейлера. Показано, что это приводит к $\mathcal{N} = 3$ суперполевым реализациям для калибровочного мультиплета и мультиплета гравитино, которые описываются аналитическими и киральным $\mathcal{N} = 3$ суперполями соответственно. Для каждого из этих мультиплетов выписаны суперполевые связи и уравнения движения. Приведены компонентные разложения таких суперполей на массовой оболочке.

В разделе 1.3 проводится аналогичное квантование модели $\mathcal{N} = 3$ суперчастицы с центральным зарядом в гармоническом суперпространстве. В результате квантования получается $\mathcal{N} = 3$ суперполевая реализация для массивного векторного мультиплета, масса которого связана с центральным зарядом условием Богомольного-Прасаада-Зоммерфельда (БПЗ). Такой мультиплет описывается кирально-аналитическим суперполем, для которого приводятся

все связи и уравнения движения, а также выписывается компонентное разложение.

В разделе 1.4 сформулированы лагранжианы для моделей суперчастиц в $\mathcal{N} = 4$ суперпространстве с $\text{USp}(4)$ гармоническими переменными. Такие гармонические переменные допускают рассмотрение моделей суперчастиц как с центральным зарядом, так и без него, поскольку слагаемое центрального заряда нарушает группу $\text{U}(4)$ R-симметрии $\mathcal{N} = 4$ супералгебры до $\text{USp}(4)$. Мы считаем, что масса частицы связана с центральным зарядом условием ВПЗ, а безмассовый случай просто получается взятием предела нулевой массы. Как для массивной, так и для безмассовой модели суперчастиц проклассифицированы все связи и построены гамильтонианы.

Квантование модели массивной суперчастицы в $\mathcal{N} = 4$ гармоническом суперпространстве проводится в разделе 1.5, где строится гильбертово пространство состояний в виде суперполей в таком суперпространстве. При квантовании, связи в модели суперчастицы транслируются в суперполевые уравнения движения и связи для этих суперполей. Показано, что такие суперполя описывают $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричный массивный векторный мультиплет на массовой оболочке.

Квантование аналогичной безмассовой модели проводится в разделе 1.6, которое приводит к формулировкам в $\mathcal{N} = 4$ $\text{USp}(4)$ гармоническом суперпространстве для мультиплетов супергравитации, гравитино и $\mathcal{N} = 4$ калибровочного мультиплета. Показывается, что мультиплет $\mathcal{N} = 4$ супергравитации описывается обычным киральным $\mathcal{N} = 4$ суперполем, которое не зависит от гармонических переменных, а мультиплеты гравитино и калибровочного поля описываются аналитическими суперполями с определенными условиями аналитичности. Для всех этих суперполей выписаны все уравнения движения и суперполевые связи, а также приведены компонентные разложения на массовой оболочке. Новым интересным результатом является возможность описания $\mathcal{N} = 4$ калибровочных супермультиплетов с помощью незаряженных аналитических суперполей, которые реализуют синглетные представления группы

USp(4). Именно такие суперполя будут использоваться в следующей главе при изучении эффективного действия в $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса.

В разделе 1.7 первой главы показывается, что суперполевые уравнения движения и связи для $\mathcal{N} = 4$ калибровочного супермультиплета, найденные в результате квантования модели суперчастицы, могут быть получены напрямую из известных ранее суперполевых связей $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса при введении гармонических переменных. Это показывает, что квантование моделей суперчастиц является альтернативным эквивалентным способом нахождения суперполевых уравнений движения и связей, который очень удобен для моделей с расширенной суперсимметрией в гармонических суперпространствах.

В заключительном разделе резюмируются результаты первой главы, опубликованные в работах [1, 2].

Во второй главе исследуется структура низкоэнергетического эффективного действия в $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса. Мы ограничиваемся рассмотрением части низкоэнергетического эффективного действия для безмассовых полей в кулоновой фазе теории, которые описываются слагаемыми не выше четвертого порядка в разложении по производным полей. Ранее были известны различные слагаемые такого типа, например, член Весса-Зумино ³ и слагаемое вида F^4/X^4 , содержащееся в т.н. неголоморфном потенциале ⁴. Обобщенное описание этих слагаемых в $\mathcal{N} = 2$ гармоническом суперпространстве было построено в работах Бухбиндера и Иванова ⁵, где было найдено дополнение неголо-

³ Tseytlin A. A., Zarembo K. Magnetic interactions of D-branes and Wess-Zumino terms in superYang-Mills effective actions // Physics Letters B. 2000. Vol. 474. P. 95–102;

Intriligator K. A. Anomaly matching and a Hopf-Wess-Zumino term in 6d, $N=(2,0)$ field theories // Nuclear Physics B. 2000. Vol. 581. P. 257–273.

⁴ Henningson M. Extended superspace, higher derivatives and SL(2,Z) duality // Nuclear Physics B. 1996. Vol. 458. P. 445–455;

Dine M., Seiberg N. Comments on higher derivative operators in some SUSY field theories // Physical Letters B. 1997. Vol. 409. P. 239–244.

⁵ Buchbinder I. L., Ivanov E. A. Complete $N=4$ structure of low-energy

морфного потенциала с помощью суперполей гипермультиплетов, обладающее $\mathcal{N} = 4$ суперсимметрией. Целью второй главы является построение явно $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричного описания для всех этих слагаемых в низкоэнергетическом эффективном действии суперсимметричной теории поля Янга-Миллса. Это достигается за счет использования подходящих $\mathcal{N} = 4$ гармонических суперпространств и аналитических суперполей, введенных в первой главе. Кроме того, мы изучим структуру низкоэнергетического эффективного действия $\mathcal{N} = 3$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в $\mathcal{N} = 3$ гармоническом суперпространстве. Общие аспекты эффективных действий этих теорий обсуждаются в разделе 2.1.

В разделе 2.2 рассматривается структура слагаемого Весса-Зумино-Виттена для скалярных полей в эффективном действии $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса. Хорошо известно, что данное слагаемое описывается действием в пятимерном пространстве с явной $SO(6)$ симметрией,

$$-\frac{1}{60\pi^2} \int \epsilon^{ABCDEFGF} \frac{1}{|X|^6} X_A dX_B \wedge dX_C \wedge dX_D \wedge dX_E \wedge dX_F, \quad (1)$$

где X_A , $A = 1, \dots, 6$ – скалярные поля и $|X|^2 = X_A X_A$. Однако в четырехмерной формулировке симметрия относительно группы $SO(6)$ становится неявной. Ранее была известна лишь четырехмерная формулировка этого слагаемого, инвариантная относительно подгруппы $SO(5)$ группы $SO(6)$ R-симметрии теории ⁶. В данном разделе построены новые четырехмерные формулировки для слагаемого Весса-Зумино-Виттена, которые обладают явной инвариантностью относительно подгрупп $SO(4) \times SO(2)$ и $SO(3) \times SO(3)$.

В разделе 2.3 исследуется структура низкоэнергетического эффективного действия $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля

effective action in $\mathcal{N}=4$ super Yang-Mills theories // Physics Letters B. 2002. Vol. 524. P. 208–216;

Buchbinder I. L., Ivanov E. A., Petrov A. Y. Complete low-energy effective action in $\mathcal{N}=4$ SYM: A direct $\mathcal{N}=2$ supergraph calculation // Nuclear Physics B. 2003. Vol. 653. P. 64–84.

⁶ Braaten E., Curtright T. L., Zachos C. K. Torsion and geometrostatics in non-linear sigma models // Nuclear Physics B. 1985. Vol. 260. P. 630.

Янга-Миллса в $\mathcal{N} = 4$ гармоническом суперпространстве с $\text{USp}(4)$ гармоническими переменными. Показывается, что требования явной суперсимметрии и масштабной инвариантности однозначно, с точностью до общего множителя, фиксируют вид низкоэнергетического эффективного действия,

$$\Gamma \propto \int d^4x d^8\theta du \ln W, \quad (2)$$

где W – незаряженная аналитическая суперполевая напряженность в $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса, а интегрирование проводится в соответствующем аналитическом подпространстве, в котором определена эта напряженность. Установлено, что такое простое выражение для низкоэнергетического эффективного действия содержит все известные ранее слагаемые в своем компонентном разложении, такие как F^4/X^4 и член Весса-Зумино-Виттена. Последний получается в $\text{SO}(5)$ -ковариантном виде, поскольку данная группа локально изоморфна группе $\text{USp}(4)$.

В разделе 2.4 рассматривается формулировка низкоэнергетического эффективного действия $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в $\mathcal{N} = 2$ гармоническом суперпространстве, введенная в работе Бухбиндера и Иванова 2002 года. Показывается, что в компонентном разложении этого действия содержится член Весса-Зумино-Виттена, который записывается в четырехмерном пространстве с явной симметрией относительно подгруппы $\text{SO}(4) \times \text{SO}(2)$ группы $\text{SO}(6)$.

В разделе 2.5 вводится новое $\mathcal{N} = 4$ гармоническое суперпространство, основанное на $\text{SU}(2) \times \text{SU}(2)$ гармониках, которое мы называем бигармоническим. Приводятся решения связей $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в этом суперпространстве. Важной особенностью этого суперпространства является возможность использования незаряженных аналитических суперполей. В результате, показывается, что низкоэнергетическое эффективное действие с такими суперполевыми напряженностями имеет такой же вид (2), как и в $\text{USp}(4)$ -гармоническом суперпространстве. Установлено, что в компонентном разложении эффективное действие со-

держит член Весса-Зумино-Виттена в $SO(3) \times SO(3)$ ковариантном виде, поскольку эта группа локально изоморфна $SU(2) \times SU(2)$.

В разделе 2.6 строится низкоэнергетическое эффективное действие $\mathcal{N} = 3$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в $\mathcal{N} = 3$ гармоническом суперпространстве. Для этого используются аналитические суперполевые напряженности \bar{W}^{12} и W_{23} , введенные в разделе 1.2 при квантовании модели безмассовой суперчастицы в $\mathcal{N} = 3$ гармоническом суперпространстве. Требования масштабной инвариантности и γ_5 -симметрии однозначно фиксируют вид низкоэнергетического эффективного действия,

$$\Gamma \sim \int d\zeta \binom{33}{11} du \left[\frac{(c^i \bar{c}_i)^2}{c^3 c^3 \bar{c}_1 \bar{c}_1} \ln \left(1 + \frac{\bar{\omega}^{12} c^3}{c^i \bar{c}_i} + \frac{\omega_{23} \bar{c}_1}{c^i \bar{c}_i} \right) + \frac{(c^i \bar{c}_i) \bar{\omega}^{12} \omega_{23}}{c^3 \bar{c}_1 (c^i \bar{c}_i + \bar{\omega}^{12} c^3 + \omega_{23} \bar{c}_1)} \right]. \quad (3)$$

Здесь $c^i = \langle \varphi^i \rangle$ и $\bar{c}_i = \langle \bar{\varphi}_i \rangle$ – вакуумные средние для скаляров, $\bar{\omega}^{12} = \bar{W}^{12} - \bar{c}_3$, $\omega_{23} = W_{23} - c^1$ и $d\zeta \binom{33}{11} du$ – мера на аналитическом подпространстве $\mathcal{N} = 3$ гармонического суперпространства. Особенностью такого функционала является его явная зависимость от вакуумных средних для скаляров c^i и \bar{c}_i . Тем не менее, доказывається, что эффективное действие не зависит от значений этих констант несмотря на их явное присутствие в построенном функционале. Эта ситуация аналогична формулировке модели исправленного тензорного мультиплетта в $\mathcal{N} = 2$ гармоническом суперпространстве ⁷. Рассмотрено компонентное разложение построенного эффективно действия и показано, что оно содержит слагаемые вида F^4/X^4 , F^6/X^8 , а также член Весса-Зумино-Виттена.

В последнем разделе второй главы резюмируются полученные результаты, опубликованные в работах [3–6].

В третьей главе рассматриваются четырехмерные теории поля с неантикоммутативными киральными синглетными деформациями $\mathcal{N} = (1, 1)$ суперсимметрии. Такие деформации эффективно

⁷ Гальперин А., Иванов Е., Огиевецкий В. Взаимодействия и преобразования дуальности тензорных $N=2$ мультиплетов // Ядерная физика. 1987. Т. 45. С. 245–257.

учитываются в суперполевых лагранжианах с помощью введения \star -умножения вместо обычного умножения для суперполей:

$$A \cdot B \rightarrow A \star B = A e^{P_\alpha} B, \quad P_\alpha = -\vec{Q}_\alpha^i I \epsilon^{\alpha\beta} \epsilon_{ij} \vec{Q}_\beta^j. \quad (4)$$

Здесь Q_α^i – оператор суперзаряда, а I – параметр деформаций. Особенностью таких деформаций является тот факт, что они сохраняют R-симметрию $SU(2)$, частично нарушая $\mathcal{N} = (1, 1)$ суперсимметрию до $\mathcal{N} = (1, 0)$. Целью третьей главы является доказательство перенормируемости различных суперсимметричных моделей с такой деформацией и исследование структуры низкоэнергетического эффективного действия для некоторых из них.

В разделе 3.1 обсуждаются различные виды киральных деформаций в $\mathcal{N} = (1, 1)$ евклидовом суперпространстве. Вводится операция \star -умножения и рассматриваются ее свойства. В следующем разделе эта операция используется для построения классических действий моделей суперполя Янга-Миллса и гипермультиплета с неантикоммуникативной синглетной деформацией суперсимметрии. Исследованию компонентной структуры этих действий посвящается раздел 3.3. В разделе 3.4 доказывается перенормируемость для введенных ранее моделей в абелевом случае. Для этого вычисляются все потенциально расходящиеся вклады в эффективные действия калибровочного суперполя и гипермультиплета:

$$\Gamma_{\text{div}}^{\text{SYM}} = \frac{1}{\pi^2 \epsilon} \int d^4 x \frac{I^2 \square \bar{\phi} \square \bar{\phi}}{(1 + 4I\bar{\phi})^2} - \frac{6}{\pi^2 \epsilon} \int d^4 x \frac{4I^3 \square \bar{\phi} \partial_m \bar{\phi} \partial_m \bar{\phi}}{(1 + 4I\bar{\phi})^3}, \quad (5)$$

$$\Gamma_{\text{div}}^{\text{hyp}} = -\frac{1}{\pi^2 \epsilon} \int d^4 x \frac{I^2 \square \bar{\phi} \square \bar{\phi}}{(1 + 4I\bar{\phi})^2}, \quad (6)$$

где ϕ и $\bar{\phi}$ – скалярные поля, входящие в калибровочный мультиплет. Показывается, что они полностью устраняются с помощью простых переопределений полей вида

$$\text{SYM:} \quad \phi \rightarrow \phi - \frac{2}{\pi^2 \epsilon} \frac{I^2 \square \bar{\phi}}{(1 + 4I\bar{\phi})^2} + \frac{12}{\pi^2 \epsilon} \frac{4I^3 \partial_m \bar{\phi} \partial_m \bar{\phi}}{(1 + 4I\bar{\phi})^3} \quad (7)$$

$$\text{hypermultiplet:} \quad \phi \rightarrow \phi + \frac{2}{\pi^2 \epsilon} \frac{I^2 \square \bar{\phi}}{(1 + 4I\bar{\phi})^2}. \quad (8)$$

Отмечается интересная особенность: если для классических действий рассматриваемых моделей совершить преобразование Сайберга-Виттена, то расходящиеся вклады в эффективные действия полностью сокращаются и переопределение полей не требуется.

В разделе 3.5 вычисляется голоморфный эффективный потенциал в абелевой модели заряженного гипермультиплета с киральными синглетными деформациями суперсимметрии. Оказывается, что он получается простой заменой обычного умножения суперполей на \star -умножение в голоморфном потенциале недеформированной теории,

$$\Gamma_{hol} = -\frac{1}{32\pi^2} \int d^4x d^4\theta W \star W \star \ln_\star \frac{W}{\mu}. \quad (9)$$

Деформации антиголоморфного потенциала, напротив, не сводятся к такой простой замене умножения суперполей и, более того, записываются в калибровочно-инвариантном виде лишь в полном $\mathcal{N} = (1, 1)$ суперпространстве. Исследована компонентная структура найденного эффективного действия в модели деформированного гипермультиплета и отмечены ведущие поправки по параметру деформаций к известным выражениям недеформированной теории.

В разделе 3.6 обсуждаются полученные в третьей главе результаты. Материал этой главы опубликован в работах [7–10].

Четвертая глава посвящается исследованию структуры эффективного действия в различных трехмерных моделях калибровочных полей и полей материи с расширенной суперсимметрией. В частности, рассматриваются модели $\mathcal{N} = 2$, $d = 3$ кирального суперполя и $\mathcal{N} = 4$ гипермультиплета, минимально взаимодействующие с калибровочными суперполями, модели суперполя Янга-Миллса с $\mathcal{N} = 2$, $\mathcal{N} = 4$ и $\mathcal{N} = 8$ суперсимметрией, а также модель $\mathcal{N} = 2$, $d = 3$ суперполя Янга-Миллса, взаимодействующего с четырьмя киральными суперполями в бифундаментальном представлении. Последняя интересна тем, что она тесно связана с динамикой D2 и M2 бран⁸, которые активно изучались в рамках $\text{AdS}_4/\text{CFT}_3$ соответ-

⁸ Klebanov I. R., Torri G. M2-branes and AdS/CFT // International

ствия. Для формулировки классических действий всех перечисленных моделей используется подход $\mathcal{N} = 2$, $d = 3$ суперпространства, который аналогичен стандартному $\mathcal{N} = 1$, $d = 4$ суперпространству⁹.

В разделе 4.1 рассматривается представление суперконформной группы на суперполях в $\mathcal{N} = 2$, $d = 3$ суперпространстве. Строятся суперконформные инварианты и выводится наиболее общая структура суперконформно-инвариантного действия для калибровочного суперполя:

$$\Gamma_{\mathcal{N}=2} = \int d^3x d^4\theta [c_1 V G + c_2 G \ln G + G \Psi^2 \mathcal{H}(\Omega^2)]. \quad (10)$$

Здесь c_1 и c_2 – произвольные коэффициенты, V – калибровочное суперполе с напряженностями G , W_α и \bar{W}_α . В это выражение входит произвольная функция \mathcal{H} , а также суперполевые объекты вида

$$\Psi = \frac{i}{G} \bar{D}^\alpha D_\alpha \ln G, \quad \Omega^2 = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{G} \bar{D}^\alpha D_\alpha \right)^2 \ln G. \quad (11)$$

В разделах 4.2 и 4.3 вычисляются однопетлевые эффективные действия в моделях $\mathcal{N} = 2$ кирального суперполя и $\mathcal{N} = 4$ гипермультиплета, взаимодействующих с внешними калибровочными супер полями. Полученные эффективные действия выражаются через суперконформные инварианты, построенные в разделе 4.1. Например, эффективное действие для $\mathcal{N} = 2$ калибровочного суперполя имеет вид (10), с коэффициентами $c_1 = c_2 = \frac{1}{4\pi}$, а функция \mathcal{H} определяется выражением

$$\mathcal{H} = \frac{1}{32\pi\Omega^2} \int_0^\infty \frac{dt e^{it}}{\sqrt{i\pi t}} \left(\frac{\tanh(t\Omega)}{t\Omega} - 1 \right). \quad (12)$$

В разделе 4.4 развивается метод фонового поля для вычисления эффективного действия в $\mathcal{N} = 2$, $d = 3$ суперпространстве.

Journal of Modern Physics A. 2010. Vol. 25. P. 332–350;

Aganagic M. A stringy origin of M2 brane Chern-Simons theories // Nuclear Physics B. 2010. Vol. 835. P. 1–28.

⁹ Buchbinder I. L., Kuzenko S. M. Ideas and methods of supersymmetry and supergravity: Or a walk through superspace. Bristol, UK: IOP, 1998. P. 656.

Этот метод применяется для вычисления однопетлевого эффективного действия в $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной модели Янга-Миллса. Аналогичные вычисления для $\mathcal{N} = 4$ и $\mathcal{N} = 8$ суперсимметричных теорий поля Янга-Миллса проведены в разделах 4.5 и 4.6. Отмечается, что ведущие члены в эффективном действии $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса совпадают с классическим действием модели Гайотто-Виттена ¹⁰ в дуальном представлении ¹¹,

$$\int d^3x d^4\theta [G \ln(G + \sqrt{G^2 + \bar{\Phi}\Phi}) - \sqrt{G^2 + \bar{\Phi}\Phi}]. \quad (13)$$

Здесь Φ – киральное суперполе, а G – $\mathcal{N} = 2$ суперполевая напряженность, которые вместе образуют $\mathcal{N} = 4$ калибровочный супермультиплет.

$\mathcal{N} = 8$ суперсимметричная теория поля Янга-Миллса интересна тем, что классическое действие для нее получается размерной редукцией из действия $\mathcal{N} = 4$, $d = 4$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса. Эффективное действие для последней изучалось во второй главе, где было установлено, что ведущие члены в нем имеют чрезвычайно простую структуру при формулировке в подходящем гармоническом суперпространстве. В свою очередь, для трехмерной $\mathcal{N} = 8$ суперсимметричной теории поля Янга-Миллса, изучаемой в четвертой главе, также отмечается упрощение структуры однопетлевого эффективного действия благодаря сокращению ряда слагаемых, возникающих от вкладов суперполей материи и духов,

$$\Gamma_{\mathcal{N}=8} = \frac{i}{2} \text{Tr}_v \ln(\square_v + \bar{\Phi}^i \Phi_i). \quad (14)$$

Здесь Tr_v означает функциональный след в пространстве вещественных суперполей, а \square_v – калибровочно-ковариантный оператор

¹⁰ Gaiotto D., Witten E. Janus configurations, Chern-Simons couplings, and the theta-angle in $\mathcal{N}=4$ super Yang-Mills theory // Journal of High Energy Physics. 2010. Vol. 1006. P. 097.

¹¹ Koh E., Lee S., Lee S. Topological Chern-Simons sigma model // Journal of High Energy Physics. 2009. Vol. 0909. P. 122(1-29).

Даламбера,

$$\square_v = \mathcal{D}^m \mathcal{D}_m + G^2 + iW^\alpha \mathcal{D}_\alpha - i\bar{W}^\alpha \bar{\mathcal{D}}_\alpha. \quad (15)$$

В разделе 4.6 исследуется эффективное действие в модели $\mathcal{N} = 2$ суперполя Янга-Миллса с калибровочной группой $SU(2) \times SU(2)$, взаимодействующей с четырьмя киральными суперполями в бифундаментальном представлении. Сектор суперполей материи в этой теории имеет такую же структуру, как и в модели Баггера-Ламберта-Густавссона (БЛГ)¹², но, в отличие от последних, калибровочные суперполя имеют Янг-Миллсовские, а не Черн-Саймоновские кинетические члены. Поэтому такая модель описывает динамику не M2, а D2 бран на некотором многообразии. Для найденного однопетлевого эффективного действия в этой модели установлено, что масштабно-инвариантные слагаемые в нем совпадают с классическим действием абелевой теории Аарони-Бергмана-Жафериса-Малдасены в дуальном представлении, когда одно из калибровочных суперполей исключено из действия с помощью алгебраических уравнений движения,

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\text{ABJM}} = 2 \int d^3x d^4\theta & \left[-G \ln(Q_-^a \bar{Q}_{-a}) - \sqrt{G^2 + \bar{Q}_+^a Q_{+a} Q_{-b} \bar{Q}_{-b}^b} \right. \\ & \left. + G \ln(G + \sqrt{G^2 + \bar{Q}_+^a Q_{+a} Q_{-b} \bar{Q}_{-b}^b}) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь G – $\mathcal{N} = 2$ суперполевая напряженность, а Q_\pm^a – киральные суперполя, $a = 1, 2$. Такой результат может быть проинтерпретирован как проявление связи между D2 и M2 бранами, когда последняя получается в пределе сильной связи системы D2 бран вблизи конической сингулярности некоторого многообразия.

¹² Bagger J., Lambert N. Modeling multiple M2's // Physical Review D. 2007. Vol. 75. P. 045020(1–7);

Bagger J., Lambert N. Gauge symmetry and supersymmetry of multiple M2-Branes // Physical Review D. 2008. Vol. 77. P. 065008(1–6);

44. Bagger J., Lambert N. Comments on multiple M2-branes // Journal of High Energy Physics. 2008. Vol. 02. P. 105(1–15);

Gustavsson A. Algebraic structures on parallel M2-branes // Nuclear Physics B. 2009. Vol. 811. P. 66–76.

В разделе 4.7 исследуется двухпетлевое эффективное действие в трехмерной $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной модели Весса-Зумино. Целью данного раздела является нахождение кэлерового эффективного потенциала и соответствующего скалярного потенциала. На основе непосредственных квантовых вычислений мы находим следующие выражения для этих потенциалов:

$$K_{\text{eff}} = \Phi \bar{\Phi} \left(1 + \frac{g}{8\pi} - \frac{g^2 \gamma}{192\pi^2} - \frac{g^2}{96\pi^2} \ln \frac{g \Phi \bar{\Phi}}{2\mu} \right), \quad (17)$$

$$V_{\text{eff}} = \frac{g^2}{36} (\varphi \bar{\varphi})^3 \left(1 + \frac{g^2}{96\pi^2} \ln \frac{\varphi \bar{\varphi}}{\varphi_0 \bar{\varphi}_0} \right). \quad (18)$$

Здесь Φ – киральное суперполе, а φ – комплексное скалярное поле. Аналогичные вычисления для четырехмерной модели Весса-Зумино проводились в работах ¹³. В отличие от четырехмерного случая, эффективный скалярный потенциал (18) представляет собой логарифмическую поправку к полиному шестого, а не четвертого порядка, но качественно они имеют похожую структуру.

В последнем разделе четвертой главы резюмируются полученные результаты, опубликованные в работах [11–13].

В пятой главе развивается альтернативная лагранжева формулировка для модели самодуального тензорного поля в шестимерном пространстве Минковского. В разделе 5.1 приводится краткий обзор традиционной процедуры построения лагранжиана, которая основана на нарушении лоренц-ковариантности $SO(1,5)$ до

¹³ Buchbinder I. L., Kuzenko S., Yarevskaya Z. Supersymmetric effective potential: Superfield approach // Nuclear Physics B. 1994. Vol. 411. P. 665–692; Pickering A., West P. C. The one-loop effective superpotential and nonholomorphicity // Physics Letters B. 1996. Vol. 383. P. 54–62; Grisaru M. T., Roček M., von Unge R. Effective Kahler potentials // Physics Letters B. 1996. Vol. 383. P. 415–421; Buchbinder I. L., Kuzenko S. M., Petrov A. Y. Superfield chiral effective potential // Physics Letters B. 1994. Vol. 321. P. 372–377; Бухбиндер И. Л., Кузенько С. М., Петров А. Ю. Суперполевой эффективный потенциал в двухпетлевом приближении // Ядерная физика. 1996. Т. 59. С. 157–162.

подгруппы $SO(5)$ ¹⁴. В традиционном подходе, развитом в работах Пасти, Сорокина и Тонина (ПСТ) ¹⁵, лоренц-ковариантность может быть восстановлена за счет введения одного вспомогательного поля. В разделе 5.2 строится альтернативный лагранжиан для антисимметричного тензорного поля, который основан на нарушении лоренц-ковариантности до подгруппы $SO(1,2) \times SO(3)$. Например, антисимметричное тензорное поле напряженности имеет следующие $SO(1,2) \times SO(3)$ -компоненты

$$F_{\mu\nu\rho} \rightarrow F_{abc}, F_{ab\dot{c}}, F_{a\dot{b}\dot{c}}, F_{\dot{a}\dot{b}\dot{c}}, \quad (19)$$

где a, b, c и $\dot{a}, \dot{b}, \dot{c}$ – индексы векторных представлений групп $SO(1,2)$ и $SO(3)$ соответственно. Действие, приводящее к уравнениям самодуальности для этих полей имеет простой вид

$$S = -\frac{1}{4} \int d^6x [F_{abc}(F^{abc} - \tilde{F}^{abc}) + \frac{1}{3} F_{\dot{a}\dot{b}\dot{c}}(F^{\dot{a}\dot{b}\dot{c}} - \tilde{F}^{\dot{a}\dot{b}\dot{c}})], \quad (20)$$

где $\tilde{F}_{abc} = \frac{1}{2} \varepsilon_{abc} \varepsilon_{\dot{b}\dot{c}\dot{a}} F^{\dot{b}\dot{c}\dot{a}}$, $\tilde{F}^{\dot{a}\dot{b}\dot{c}} = \frac{1}{6} \varepsilon^{abc} \varepsilon^{\dot{a}\dot{b}\dot{c}} F_{abc}$. В разделе 5.3 показывается, что ковариантность лагранжиана может быть восстановлена в соответствии со стандартной процедурой ПСТ, но, в отличие от стандартной формулировки, требуется введение не синглета, а триплета вспомогательных полей a^r , $r = 1, 2, 3$,

$$S = \frac{1}{24} \int d^6x [-F_{\mu\nu\rho} F^{\mu\nu\rho} + F_{\mu\nu\rho} \mathcal{F}^{\alpha\beta\gamma} (P_\alpha^\mu P_\beta^\nu P_\gamma^\rho + 3P_\alpha^\mu P_\beta^\nu \Pi_\gamma^\rho)]. \quad (21)$$

Здесь $P_\mu^\nu = \partial_\mu a^r (\partial_\rho a^r \partial^\rho a^s)^{-1} \partial^\nu a^s$ и $\Pi_\mu^\nu = \delta_\mu^\nu - P_\mu^\nu$ – матричные проекторы, построенные из вспомогательных полей. В выражении

¹⁴ Henneaux M., Teitelboim C. Dynamics of chiral (selfdual) p forms // Physics Letters B. 1988. Vol. 206. P. 650–654.

¹⁵ Pasti P., Sorokin D. P., Tonin M. Note on manifest Lorentz and general coordinate invariance in duality symmetric models // Physics Letters B. 1995. Vol. 352. P. 59–63;

Pasti P., Sorokin D. P., Tonin M. Duality symmetric actions with manifest space-time symmetries // Physical Review D. 1995. Vol. 52. P. 4277–4281;

Pasti P., Sorokin D. P., Tonin M. On Lorentz invariant actions for chiral p-forms // Physical Review D. 1997. Vol. 55. P. 6292–6298.

(21) использовано обозначение $\mathcal{F}_{\mu\nu\rho} = F_{\mu\nu\rho} - \bar{F}_{\mu\nu\rho}$. Далее мы применяем построенный лагранжиан самодуального антисимметричного тензорного поля для введения взаимодействия с фоновой гравитацией и для суперсимметризации действия за счет добавления спинорных и скалярных полей $\mathcal{N} = (2, 0)$ тензорного мультиплетта.

Введение альтернативной лагранжевой формулировки для модели антисимметричного тензорного поля, рассмотренной в пятой главе, мотивировано тем, что она естественным образом возникает при изучении модели БЛГ с калибровочной группой диффеоморфизмов, сохраняющих локальный объем некоторого трехмерного многообразия¹⁶. В этих работах показывается, что теория БЛГ с такой калибровочной группой эффективно описывает некоторую шестимерную теорию поля, которая содержит низкоэнергетические степени свободы М5 браны. В разделе 5.4 устанавливается связь между этими теориями за пределом линейного приближения и показывается, что шестимерное действие действительно описывает одну М5 брану на фоне постоянного антисимметричного C_3 -поля одиннадцатимерной супергравитации. Раздел 5.5 посвящается выводу нелинейных уравнений движения и тождеств Бьянки для случая, когда присутствует взаимодействие с таким постоянным C_3 -полем.

В последнем разделе пятой главы резюмируются полученные результаты, опубликованные в работах [14, 15].

¹⁶ Ho P.-M., Matsuo Y. M5 from M2 // Journal of High Energy Physics. 2008. Vol. 06. P. 105(1-16);
 Ho P.-M., Imamura Y., Matsuo Y., Shiba S. M5-brane in three-form flux and multiple M2-branes // Journal of High Energy Physics. 2008. Vol. 08. P. 014(1-33);
 Bandos I. A., Townsend P. K. SDiff gauge theory and the M2 condensate // Journal of High Energy Physics. 2009. Vol. 02. P. 013(1-15);
 Bandos I. A., Townsend P. K. Light-cone M5 and multiple M2-branes // Classical and Quantum Gravity. 2008. Vol. 25. P. 245003(1-25).

Список публикаций

1. Buchbinder I. L., Lechtenfeld O., Samsonov I. B. $N=4$ superparticle and super-Yang-Mills theory in $USp(4)$ harmonic superspace // Nuclear Physics B. 2008. Vol. 802. P. 208–246.
2. Buchbinder I. L., Samsonov I. B. $N=3$ superparticle model // Nuclear Physics B. 2008. Vol. 802. P. 180–207.
3. Belyaev D. V., Samsonov I. B. Wess-Zumino term in the $N=4$ SYM effective action revisited // Journal of High Energy Physics. 2011. Vol. 1104. P. 112(1–26).
4. Belyaev D. V., Samsonov I. B. Bi-harmonic superspace for $N=4$ $d=4$ super Yang-Mills // Journal of High Energy Physics. 2011. Vol. 1109. P. 056(1–21).
5. Buchbinder I. L., Ivanov E. A., Samsonov I. B., Zupnik B. M. Scale invariant low-energy effective action in $N=3$ SYM theory // Nuclear Physics B. 2004. Vol. 689. P. 91–107.
6. Buchbinder I. L., Ivanov E. A., Samsonov I. B., Zupnik B. M. Superconformal $N=3$ SYM low-energy effective action // Journal of High Energy Physics. 2012. Vol. 1201. P. 001(1–30).
7. Buchbinder I. L., Ivanov E. A., Lechtenfeld O., Samsonov I. B., Zupnik B. M. Gauge theory in deformed $N=(1,1)$ superspace // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2008. Т. 39, № 5. С. 1467–1541.
8. Samsonov I. B. On renormalizability of non-anticommutative $N=(1,0)$ theories with singlet deformation // Czechoslovak Journal of Physics. 2006. Vol. 56, no. 10/11. P. 1281–1286.
9. Buchbinder I. L., Lechtenfeld O., Samsonov I. B. Vector-multiplet effective action in the non-anticommutative charged hypermultiplet model // Nuclear Physics B. 2006. Vol. 758. P. 185–203.

10. Buchbinder I. L., Ivanov E. A., Lechtenfeld O., Samsonov I. B., Zupnik B. M. Renormalizability of non-anticommutative $N=(1,1)$ theories with singlet deformation // Nuclear Physics B. 2006. Vol. 740. P. 358–385.
11. Buchbinder I. L., Pletnev N. G., Samsonov I. B. Low-energy effective actions in three-dimensional extended SYM theories // Journal of High Energy Physics. 2011. Vol. 1101. P. 121(1–38).
12. Buchbinder I. L., Pletnev N. G., Samsonov I. B. Effective action of three-dimensional extended supersymmetric matter on gauge superfield background // Journal of High Energy Physics. 2010. Vol. 1004. P. 124(1–27).
13. Buchbinder I. L., Merzlikin B. S., Samsonov I. B. Two-loop effective potentials in general $N=2$, $d=3$ chiral superfield model // Nuclear Physics B. 2012. Vol. 860. P. 87–114.
14. Pasti P., Samsonov I., Sorokin D., Tonin M. Bagger-Lambert-Gustavsson-motivated Lagrangian formulation for the chiral two-form gauge field in $D=6$ and M5-branes // Physical Review D. 2009. Vol. 80. P. 086008(1–16).
15. Pasti P., Samsonov I., Sorokin D., Tonin M. BLG and M5 // Письма в ЭЧАЯ. 2011. Т. 8, № 3. С. 355–368.
16. Buchbinder I. L., Pletnev N. G., Samsonov I. B. $N=2$ and $N=4$ supersymmetric low-energy effective actions in three dimensions // Cosmology, Quantum Vacuum and Zeta Functions (Barcelona, 8-10th March, 2010) / Ed. by S. D. Odintsov, D. Saez-Gomes, S. Xambo-Descamps. Vol. 137. Springer Proceedings in Physics, 2011. P. 67–76.
17. Samsonov I. B. Quantum aspects of non-anticommutative $N=(1,0)$ theories with singlet deformation // Supersymmetries and quantum symmetries (SQS'07) Proc. of International Workshop, (Dubna, Russia, July 30 - August 4, 2007). Dubna: JINR, 2008. P. 246–249.

18. Samsonov I. B. Low-energy effective action in non-anticommutative charged hypermultiplet model // QUARKS-2006: Proc. of 14th international seminar (St. Petersburg, Russia, 19-25 May, 2006). Institute for Nuclear Research, RAS, 2006. P. 159–170.
19. Samsonov I. B. On scale-invariant generalization of N=3 Born-Infeld action // Supersymmetries and quantum symmetries (SQS'05) Proc. of International Workshop. Dubna: JINR, 2006. P. 350–355.
20. Samsonov I. B. On low-energy effective action in N=3 supersymmetric gauge theory // QUARKS-2004: Proc. of 13th international seminar (Pushkinogoric, Russia, May 24-30, 2004). Vol. 2. Institute for Nuclear Research, RAS, 2005. P. 189–201.

102

Отпечатано в ООО «НИП»:
г. Томск, ул. Советская, 47,
тел.: 53-14-70.
Тираж 100 экз., заказ 2810.